

Задания для контрольной работы №1. Вариант 3. "Основы линейной алгебры и аналитической геометрии."

Задача №1. Даны векторы a, b, c, d . Требуется:

- 1) вычислить скалярное произведение векторов a и b ;
- 2) найти модуль векторного произведения векторов b и c ;
- 3) проверить коллинеарность и ортогональность векторов c и d ;
- 4) проверить, образуют ли векторы a, b, c базис;
- 5) если да, найти координаты вектора d в этом базисе.

Значения радикалов и отношений вычислить с точностью до второго знака.

$$a = -14i + 3j + 12k,$$

$$b = -2i - 5j + k,$$

$$c = 7i - 7j - k,$$

$$d = i + 7j - 5k.$$

Задача №2.

Даны вершины $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ треугольника ABC . Требуется найти:

- 1) общее уравнение прямой AB ,
- 2) общее уравнение прямой, на которой лежит высота CH и длину этой высоты;
- 3) общее уравнение прямой, на которой лежит медиана AM ,
- 4) точку N пересечения медианы AM и CH ,
- 5) параметрическое уравнение прямой,
параллельной стороне AB и проходящей через вершину C ,
- 6) косинус внутреннего угла при вершине A .

Значения радикалов и отношений вычислить с точностью до второго знака.

$$A(5, 2), B(-10, 4), C(3, -2).$$

Задача №3. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1, z_1)$,

$$A_2(x_2, y_2, z_2), A_3(x_3, y_3, z_3), A_4(x_4, y_4, z_4).$$
 Требуется найти:

- 1) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$,
- 2) уравнение прямой, проходящей
через точку A_4 , перпендикулярно плоскости $A_1A_2A_3$,
- 3) расстояние от точки A_4 до плоскости $A_1A_2A_3$,
- 4) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$,
- 5) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.

Значения радикалов и отношений вычислить с точностью до второго знака.

$$A_1(0, 5, 3), A_2(5, -2, 4), A_3(2, 0, 6), A_4(1, -7, 4).$$

Задача №4. Даны две матрицы A и B. Найти $A^{-1}B^T$ и A^TB^{-1} .

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -1 & 2 \\ -3 & -2 & 3 \\ 5 & -7 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 6 & -5 & -4 \\ 7 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Задача №5.

Проверить, совместна ли система уравнений, и в случае совместности решить ее:

1) по формулам Крамера,

2) методом Гаусса.

$$-2x - 4y - 3z = -49$$

$$7x + 5y + 4z = 119$$

$$x + 4y - 7z = 66$$

Задача №6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{12}{5} & \frac{2}{5} & 1 \\ -\frac{2}{5} & -\frac{8}{5} & 1 \\ -\frac{17}{5} & \frac{2}{5} & 2 \end{pmatrix}$$

Задача №7. Найти размерность и базис

пространства решений однородной системы линейных уравнений.

$$-t + 2x + 3y + 7z = 0$$

$$2t - x + 2y - 4z = 0$$

$$2x + y + z = 0$$

Задача №8. Привести к каноническому виду уравнение

линии второго порядка, определить тип линии, построить график.

$$-384 + 32x + 48x^2 - 256y + 32xy - 128y^2 = 0$$